

AlgarMat 2019

SP.4.7. Alunos do século XXI! Que matemática? Que metodologias? Que instrumentos?

Emília Creus
Verónica Lopes
Paulo Semião

AE Tomás Cabreira, Faro
AE Poeta António Aleixo, Portimão
FCT UAlg

Atividade direcionada para a utilização da máquina de calcular gráfica no estudo dos modelos populacionais

- A cadeia de ginásios Em Boa Forma tinha, no final do ano de 2010, 48 000 clientes.
O departamento financeiro desta empresa concluiu que, no final de 2015, o número de clientes era de 85 mil clientes e que o aumento do número de clientes, por ano, teria sido idêntico.
 - Qual foi o aumento anual do número de clientes nos ginásios Em Boa Forma?
 - Qual era o número de clientes no final de 2013?
 - Determina uma expressão que permita calcular o número de clientes no final de um certo ano em função de n , em que n representa o número de anos decorridos desde 2010.
 - Supondo que o aumento anual de clientes nos ginásios Em Boa Forma se mantém ao longo dos anos:
 - Qual será o número de clientes no final de 2019?
 - Determina em que ano a cadeia de ginásios irá ultrapassar os 250 mil clientes?
- Após a administração de um medicamento experimental, fez-se o registo, de hora a hora, da quantidade, Q , em miligramas, de substância ativa presente na corrente sanguínea de um paciente. Os dados apresentados na tabela abaixo possuem um crescimento exponencial.



T(horas)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q(miligramas)	4,76	4,1797	3,6702	3,227	2,8299	2,4849	2,182	1,916	1,6824	1,4773	1,2972

- Que quantidade de substância ativa foi administrada no paciente?

2.2 Com o auxílio da calculadora gráfica e utilizando a exponencial, de equação $y = a \times e^{bx}$ ou $y = a \times b^x$, determina um modelo de crescimento exponencial que se ajuste aos dados recolhidos. Indica os valores de a e de b com aproximação às centésimas.

2.3 De acordo com o modelo encontrado no item 2.2 (*)

2.3.1 Determina a quantidade de substância ativa na corrente sanguínea do paciente ao fim de um dia. Apresenta o resultado em miligramas, arredondado às milésimas.

2.3.2 Ao fim de quanto tempo a quantidade de substância ativa na corrente sanguínea do paciente era igual à décima parte da quantidade administrada inicialmente? Utiliza as capacidades gráficas da calculadora na resolução deste item. Apresenta o resultado em horas e minutos, arredondados às unidades.

(*) Se não resolveste o item 2.2, utiliza a função $Q(t) = 4,66 \times e^{-0,13t}$ nos dois itens seguintes.

3. Na tabela seguinte apresenta-se o lucro, em milhares de euros, registado por uma empresa entre 1998, ano do início da contabilização, e 2016, ano do último registo.

Considera que $t = 0$ corresponde ao ano 1998, sendo t o número de anos que decorrem a partir do início da contabilização.

Ano	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014	2016
Lucro (× 1000 euros)	600	950	1400	1990	2410	2840	3044	4020	4880	5450

O modelo matemático que melhor se ajusta ao conjunto de pontos correspondentes ao lucro L , em milhares de euros, em função de t , é:

$$L(t) = 802,543 \times e^{0,115t}$$

3.1 Admitindo que o modelo continua válido a longo prazo, faz uma estimativa para o lucro da empresa no ano 2024.

Apresenta o resultado em euros, arredondado às unidades.

3.2 O engenheiro Abílio é um dos gestores da empresa. Ao estudar os dados apresentados na tabela, constatou que, tendo em conta apenas o lucro nos anos 1998, 2000, 2002, 2004, 2006, 2008 e 2010, um modelo matemático que se ajusta melhor a esses valores é do tipo $y(t) = at + b$ (sendo y o lucro, em milhares de euros, e t o número de anos que decorrem a partir do início da contabilização, em 1998).

Determina o valor aproximado, arredondado às unidades, do lucro da empresa no ano 2014, de acordo com o modelo apresentado pelo engenheiro Abílio.

Na tua resposta, apresenta os valores dos parâmetros a e b com duas casas decimais.

3.3 Admite que o modelo $L(t)$ apresentado permite obter com maior aproximação o lucro da empresa para além do período em que ocorreu a recolha de dados.

Segundo a direção da empresa, quando o lucro atingir 20 milhões de euros, será aberta uma nova sucursal da empresa numa capital europeia.

Determina o ano em que isso irá ocorrer, recorrendo à representação gráfica.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Observação: os exercícios 1; 2 e 3 foram selecionados do Caderno de Apoio ao Professor (MACS 11.º Ano) da Texto

4. Uma determinada peça de teatro estreou num espaço alugado para o efeito e antes de celebrar o contrato de aluguer, o diretor da companhia de teatro teve de optar entre duas propostas, A e B.

Na tabela seguinte, reproduzem-se as propostas apresentadas pelo proprietário do espaço.

O espaço foi alugado por um período de 10 dias.

Admite que as despesas com água e eletricidade perfazem 71 euros por dia.

O diretor da companhia optou pela proposta B.

Terá sido a decisão mais económica ?

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Proposta A	Proposta B
<ul style="list-style-type: none"> Paga 420 € por cada dia de aluguer, acrescidos de um valor fixo de 4800 €. As despesas com água e eletricidade estão incluídas. 	<ul style="list-style-type: none"> O valor total a pagar pelo período de aluguer, em euros, arredondado às unidades, é dado pela expressão: $V = 3000 \times 1,14^n - 3000$ em que n é o número de dias de aluguer. As despesas com água e eletricidade não estão incluídas.

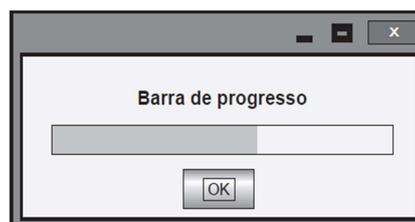
Caso procedas a arredondamentos nos cálculos intermédios, apresenta-os com quatro casas decimais.

Adaptado da Prova de Exame 835/2.ª Fase (2018)

5. Cada vez que o Paulo descarrega um jogo para o seu computador, surge no seu monitor uma barra de progresso semelhante à que se apresenta na seguinte Figura.

O Paulo decidiu descarregar um jogo para o seu computador; deu início ao processo e, sem olhar para o monitor, ausentou-se.

Quando voltou, observou pela primeira vez a barra de progresso, que indicava a percentagem da descarga do ficheiro já efetuada.



Admite que a percentagem da descarga do jogo, D , enquanto é efetuada, é bem aproximada pelo modelo seguinte $D(t) = -200 + 100\log_{10}(50t + 250)$

A variável t representa o tempo, em minutos, e considera-se $t = 0$ o instante em que o Paulo observou, pela primeira vez, a barra de progresso.

- 5.1 Para se efetuar a descarga completa do jogo, é necessário transferir 8 *gigabytes* de dados. Quantos *gigabytes* já tinham sido descarregados um minuto antes de o Paulo observar a barra de progresso pela primeira vez? Apresenta a resposta, com arredondamento às décimas. Caso procedas a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva três casas decimais.

- 5.2 Quanto tempo demorou a efetuar-se a descarga do jogo desde que o Paulo deu início ao processo? Para responderes a esta questão, recorre às capacidades gráficas da tua calculadora e apresenta:
 - o(s) gráfico(s) visualizado(s);
 - as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s).

Adaptado da Prova de Exame 835/1.ª Fase (2019)

fim