

Encontro Regional de Professores de Matemática

Este encontro é dinamizado pelo núcleo do Algarve da APM

Algarmat

12 horas (Online)

6,7,8,9 de Setembro 2021

Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres.



ANÁLISE DE TAREFAS NA CIDADE DA MATEMÁTICA

ANÁLISIS DE TAREAS EN LA CIUDAD DE LAS MATEMÁTICAS

Enrique Martínez-Jiménez y Álvaro Nolla de Celis

enrique.martinez@uco.es Universidad de Córdoba (Es)

alvaro.nolla@uam.es Universidad Autónoma de Madrid (Es)



Índice

1. La necesidad de un aprendizaje contextualizado de las matemáticas.
 2. Paseos Matemáticos: la ciudad como fuente de aprendizaje.
 3. Objetivos.
 4. Metodología.
 - 4.1. Proyecto docente “Sevilla Math City”.
 - 4.2. Producciones del profesorado de Primaria en formación.
 - 4.3. Propuesta de análisis de tareas de paseos matemáticos.
 5. Primeros resultados.
 6. Conclusiones.
- Bibliografía

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

1. La necesidad de un aprendizaje contextualizado de las matemáticas

La aparente desconexión entre el abstracto aprendizaje en la escuela y la vida cotidiana es una de las principales dificultades en la asignatura de matemáticas que en casos extremos puede desembocar en la creencia de la existencia de unas dobles matemáticas: las escolares y las de la vida real (Freudenthal, 1973; Greer, 1997; Sparrow, 2008).

Este problema no solo afecta a la enseñanza matemática ya que por definición la educación formal se produce de manera descontextualizada, esto es en lugares y tiempos alejados de aquellos en los que los conocimientos adquiridos son necesarios. Problemas derivados de ello: pérdida de motivación, falta de significatividad y dificultad de transferencia (Vásquez A., 2005).

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

1. La necesidad de un aprendizaje contextualizado de las matemáticas

El **aprendizaje contextualizado (AC)** parte de la idea de que el proceso de enseñanza-aprendizaje es influido directamente por el entorno en que se produce y, por tanto, existen entornos más apropiados que otros para lograr ciertos aprendizajes (Waite & Pratt, 2015).

Prácticas AC.

- Aquellas que trasladan la clase a entornos reales: paseos y visitas educativas, proyectos de campo o encuentros con expertos.
- Aquellas que llevan el contexto real a los centros educativos: talleres, laboratorios o huertos en las escuelas.

Ventajas AC.

- permite a los estudiantes contextualizar conocimientos abstractos,
- facilita una visión inter-curricular del conocimiento,
- aumenta la interacción entre los participantes y
- logra un aprendizaje experiencial más duradero.
- Asimismo, estas experiencias favorecen la vinculación del estudiantado con su entorno cercano.

(Çengelci, 2013; Lizama & Donoso, 2015).

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

2. Paseos Matemáticos: la ciudad como fuente de aprendizaje.

La ciudad es el principal contexto en el que los seres humanos interactuamos y nos desarrollamos como individuos.

El papel de nuestras ciudades en la educación de sus habitantes es el punto central de movimientos como el promovido por la asociación internacional Educating Cities, de la que Sevilla o Loulé forman parte. Este modelo teórico considera que la educación no se confina sólo en lugares con una funcionalidad específica, como la escuela o el museo, sino que todos los espacios de una ciudad pueden contribuir a la formación de sus habitantes en distintos grados. (Charter of Educating Cities, 2004).

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

2. Paseos Matemáticos: la ciudad como fuente de aprendizaje.

Este proyecto educativo parte de la consideración de la ciudad en su totalidad como espacio docente para las matemáticas para ello se utilizará como herramienta de AC los paseos matemáticos (mathematical trails).

Un paseo matemático utiliza el espacio y los elementos urbanos o naturales como fuente de datos para investigaciones o problemas desvelando las matemáticas que están presentes en nuestro mundo cotidiano (Ludwig & Jablonski, 2019).

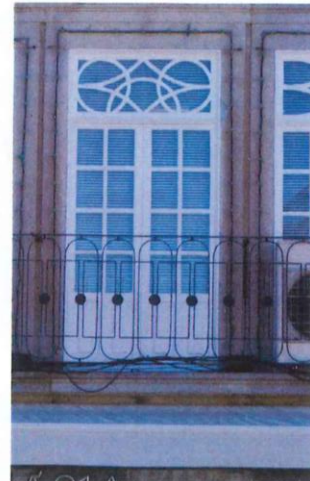
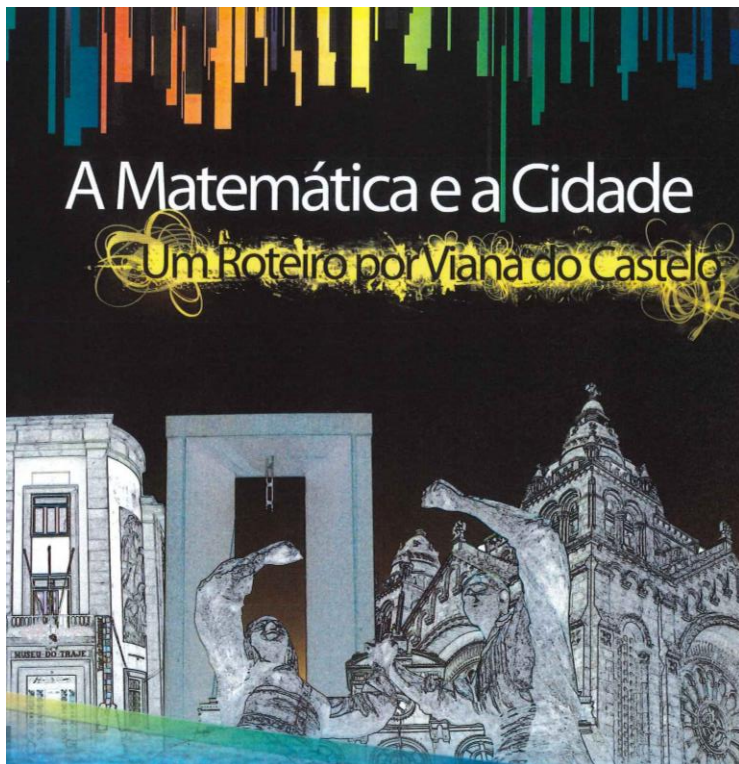
En estos paseos se traslada la enseñanza de las matemáticas fuera del espacio de clase siguiendo una ruta diseñada por el o la docente en la que se distribuyen paradas en la que se trabajan distintos conceptos matemáticos utilizando el contexto de la ciudad como materia de trabajo.

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

2. Paseos Matemáticos: la ciudad como fuente de aprendizaje.

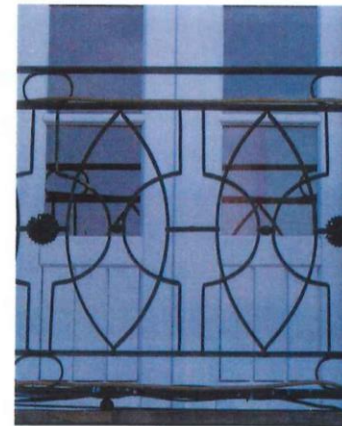
Nos gustaría señalar algunos referentes de esta propuesta:

- El proyecto “MatCid A matemática e a Cidade” que propone rutas matemáticas utilizando el patrimonio de la ciudad portuguesa de Viana do Castelo.



Conte o número de rectângulos da parte direita desta janela.

Localize a Casa Valença. Imagine as letras destas palavras todas num saco. Suponha que tira uma letra do saco. Qual será a letra mais provável de obter?



Este gradeamento é dos poucos na Praça da República formado principalmente por elementos curvilíneos.

Faça um passeio pela Praça e repare na composição de outros gradeamentos. Identifique os elementos e as transformações que lhes deram origem.

Um Roteiro por Viana do Castelo

Caminhe em direcção à igreja Matriz.



Tente descobrir o azulejo que vê na imagem sabendo que se encontra próximo da Praça da República, na direcção da Igreja Matriz.

Se se posicionar de frente para a Igreja Matriz e olhar para a sua esquerda observa um edifício com muitas janelas e portas. Indique uma forma rápida de contar esses elementos.

notas

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

2. Paseos Matemáticos: la ciudad como fuente de aprendizaje.

Nos gustaría señalar algunos referentes de esta propuesta:

- Museos como el MOMA, el Rubin Museum of Art de Nueva York o la National Gallery de Ottawa han creado recorridos matemáticos complementando sus exposiciones temporales.



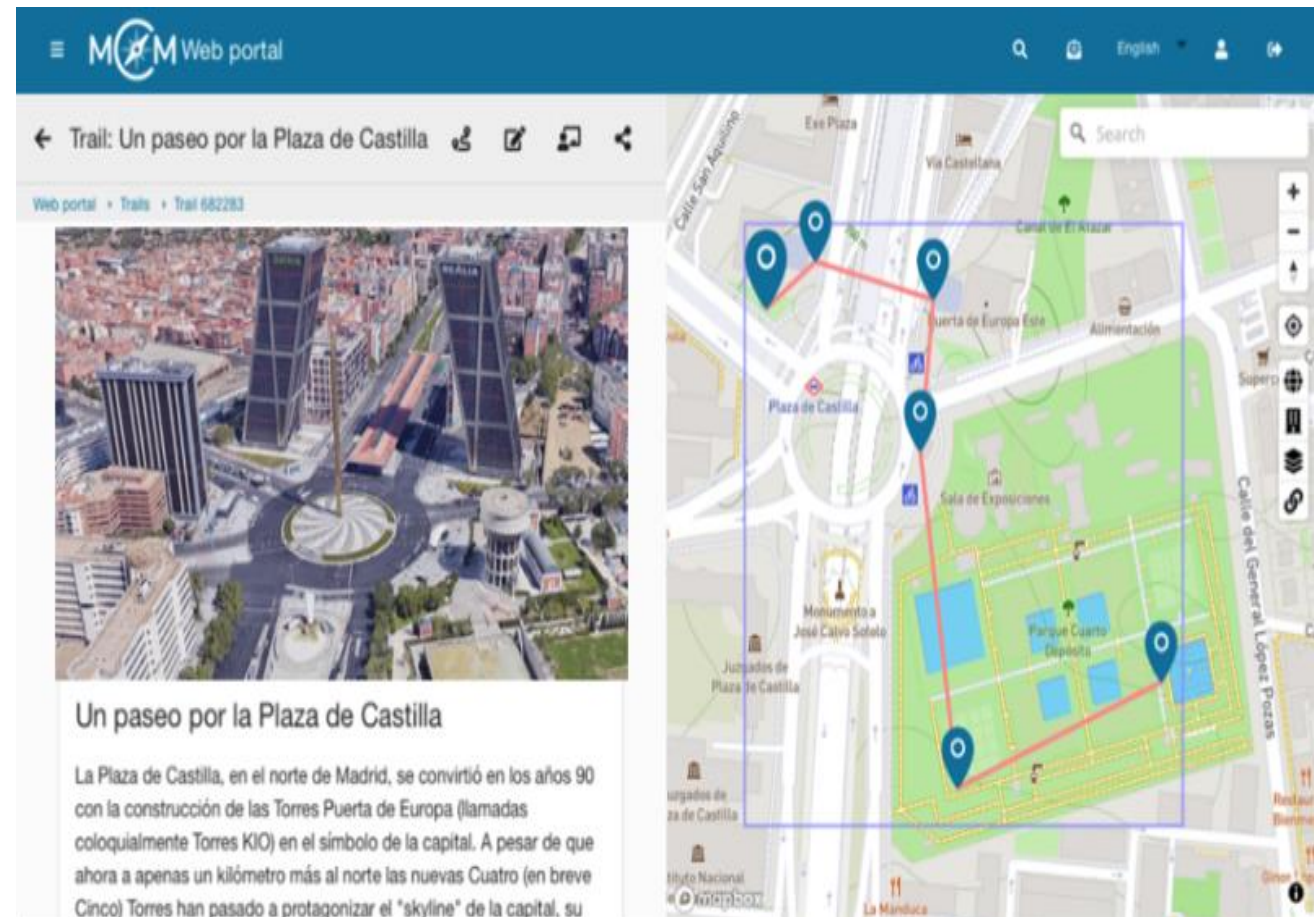
Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

2. Paseos Matemáticos: la ciudad como fuente de aprendizaje.

Nos gustaría señalar algunos referentes de esta propuesta:

- MathCityMap, que introduce los dispositivos móviles y la gamificación en los paseos matemáticos.

Posibilitando seguir la ruta en todo momento gracias a la geolocalización, tener pistas para resolver las tareas, soluciones y feedback en tiempo real sin necesidad de la presencia del docente, y la disponibilidad de un portal donde crear y compartir rutas y tareas (Ludwig & Jesberg, 2015).

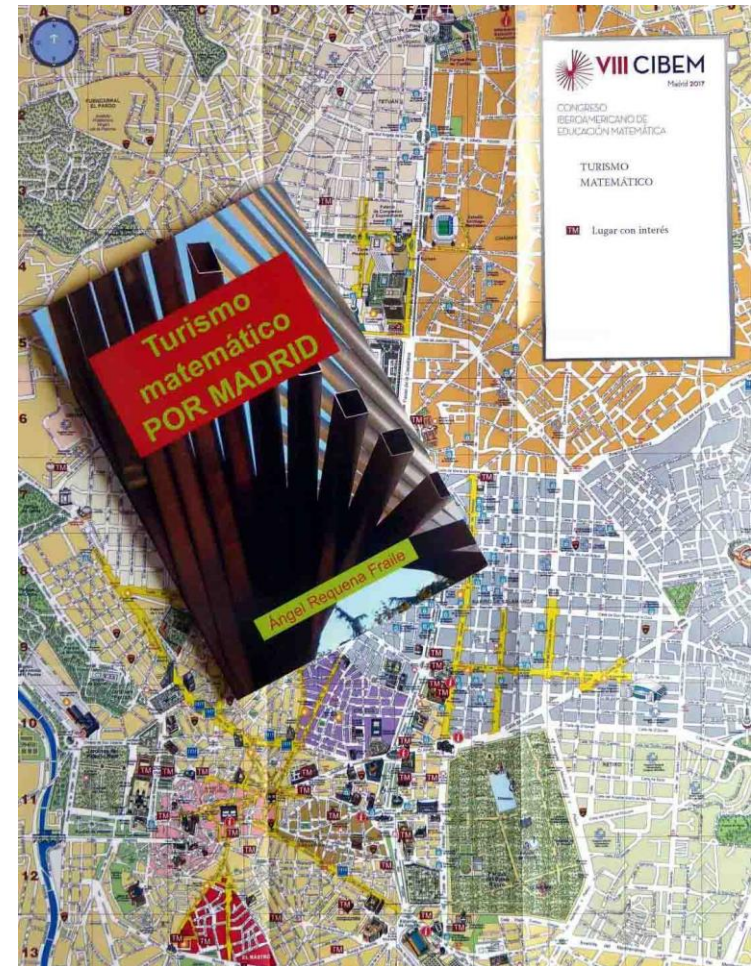


Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

2. Paseos Matemáticos: la ciudad como fuente de aprendizaje.

Nos gustaría señalar algunos referentes de esta propuesta:

- En 2017 se presentó la primera guía de turismo matemático de España. “Turismo matemático por Madrid” propone una nueva visión de la ciudad destinada a un nuevo tipo de visitante especializado y también a los propios habitantes que podrán comprender nuevas facetas de lugares conocidos o descubrir nuevos rincones y elementos.



3. Objetivos

Los objetivos de este trabajo son:

- Describir en detalle la propuesta docente “Sevilla Math City” destinada a la realización de paseos matemáticos para la etapa de Primaria por parte de profesores en formación.
- Presentar los resultados generales del proyecto a través del mapa final de la ciudad y algunas propuestas de rutas seleccionadas.
- Plantear una propuesta de análisis de las tareas matemáticas que componen las rutas producidas por los estudiantes según distintos modelos teóricos.
- Difundir los resultados iniciales de dicho análisis.

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

4.1. Metodología. Proyecto docente “Sevilla Math City”.

El proyecto “Sevilla Math City” se llevó a cabo con Alumnado de la asignatura Mathematics and Teaching II del Grado en Educación Primaria Bilingüe de la Universidad Loyola Andalucía.

Los estudiantes organizados en grupos deben diseñar un itinerario matemático que conecte espacios públicos de la ciudad de Sevilla.

Cada grupo elige con total libertad los espacios en los que quiere trabajar. Se indica expresamente que no solo se trata de espacios al aire libre, como plazas, parques o calles, sino también espacios cerrados, como patios o salas de edificios, que sean accesibles al público.

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

4.1. Metodología. Proyecto docente “Sevilla Math City”.

Esos espacios públicos son paradas dentro de cada itinerario en las que se resuelven problemas matemáticos que trabajan diversos contenidos de la etapa de Primaria.

El principal objetivo de la propuesta es que las tareas sean específicamente diseñadas para trabajar en el lugar elegido utilizando para ello los espacios o elementos físicos (monumentos, edificios, pavimento, vistas, naturaleza...) que se encuentren en cada parada.

Los itinerarios se deben ajustar en tiempo y distancia a una salida externa para una sesión de clase de un determinado curso de Primaria de un centro de la ciudad aunque también están disponibles para cualquier familia o persona interesada en recorrerlos de forma completa o parcial.

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

4.2. Metodología. Producciones del profesorado de Educación Primaria en formación.

Los resultados del proyecto se materializaron en dossiers de trabajo, cuadernos de alumnado y posters resumen que fueron expuestos por cada grupo. Se realizaron 11 paseos y un total de 117 tareas matemáticas. Todos los itinerarios realizados por el alumnado fueron recogidos en un mapa de Googlemaps de acceso libre.



Sevilla Math City Project

Math trail

-  Math trail example
-  Math Trail example Start
-  Math Trail example Intermediate stop
-  Math Trail example End point
-  Bea, Silvia, Rocío, Eden
-  Plaza de Armas
-  Torre del Oro
-  Puente de Triana (Desde el monumento a la Tolerancia)
-  Marta Gutiérrez, Ana Pabón, Ana Pastor
-  Torre del Oro
-  Santa María Jeweller's square
-  Poet's fountain (Puerta de Jerez)
-  Puerta de Jerez
-  Badge of Sevilla FC
-  Logo Burger King
-  Fountain Archivo de Indias
-  Oath cross
-  Plaza del Triunfo
-  Giralda - Plaza Virgen de los Reyes
-  Pharmacy
-  San Isidoro School
-  Santa Cruz Parish

Indicaciones de Estación De Autobuses Prado San Sebastián, Plaza San Sebastián, Sevilla a Estación De Autobuses Prado San Sebastián, Plaza San Sebastián, Sevilla



Map of the class project of the subject Mathematics and Teaching II (2017/2018) Grade in Primary Education. Universidad CNESJ Loyola Andalucía. Sevilla.

Each group has to create a new layer (Añadir capa) and put all their elements, segments and points, inside it.

Information about how to create polygons and points:

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

4.3. Metodología. Una propuesta de análisis de tareas de paseos matemáticos.

Criterios/variables de análisis

1. **Curso** de Ed. Primaria
2. **Bloque/contenido curricular** (Número, Medida, Geometría, Prob. y Estad.)
3. **Tipo de elemento** en el que se desarrolla la tarea:
 - Urbano (banco, farola, macetero, fuente...)
 - Arquitectónico (fachada, patio, ventanas, puertas,...)
 - Edificios (Torre del Oro)
 - Interiores (techo, muebles,...)
 - Naturales (tronco de un árbol)
 - Espacios 2D y 3D (plaza, calle,...)



Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

4.3. Metodología. Una propuesta de análisis de tareas de paseos matemáticos.

4. Tareas Procedurales vs Resolución de Problemas

5. Tareas Académicas vs Semi-Reales vs Reales

(Yeo et al., 2018; Carraher & Shliemann, 202)

6. Tareas Cerradas vs Abiertas (*open-ended*)

(Becker & Schimada, 1997)

Respuesta correcta única vs múltiples respuestas correctas

Tarea procedural. Calcular el perímetro de uno de los cuadrados de la fachada del edificio.



Tarea problema.

Encuentra el edificio de la plaza que concuerde con la siguiente figura.

Localiza la posición del edificio en el mapa.

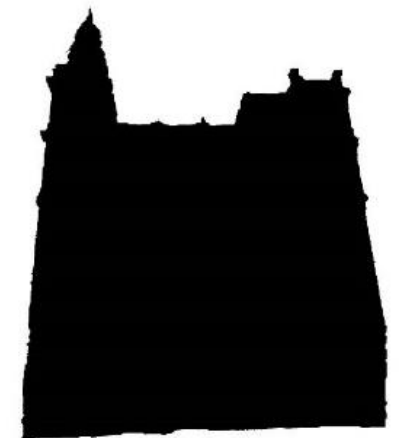
Tarea semi-real:

Si una hormiga dentro del cubo del pozo y quiere salir andando por el lateral del cubo. Si camina 10cm en 1min , ¿cuánto tiempo tardará en salir?



Tarea open-ended:

Reconocer las simetrías del dibujo del techo y construir dos formas distintas con las mismas simetrías



Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

4.3. Metodología. Una propuesta de análisis de tareas de paseos matemáticos.

7. Creatividad y *Problem Posing*

(Brown & Walter, 2005; Barbosa & Vale, 2016)

(1) *Aceptar los datos o la situación.*

(2) *Challenging the given, What if...?*



Tarea “What if...?”:

¿Y si el patio fuese un plano Cartesiano con la unidades señaladas por las columnas. Localiza los objetos situados en las coordenadas (0,0), (3,3), (1,4) y (2,5)

8. Demanda cognitiva

(Stein & Smith, 1998; Leavy & Hourigan, 2021).

Nivel necesario para llevar a cabo la tarea con éxito:

(1) *Bajo nivel – memorización.*

(2) *Bajo nivel – procedimientos sin conexiones*

(3) *Alto nivel – procedimientos con conexiones*

(4) *Alto nivel – “hacer matemáticas”*

Tarea bajo nivel (2). Dibujar en un papel uno de los círculos de la fachada e identificar sus elementos (radio, centro...)



Window	Number

Tarea alto nivel (3). Clasificar y recoger el número de ventanas de distintos tipos en la fachada, organizar la información en una tabla y realizar un diagrama de barras.

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

5. Primeros resultados de la propuesta y discusión.

- Principalmente rutas matemáticas para el Curso 6º de Educación Primaria. Solo un 20% eligieron el primer ciclo (1º - 3º).
- Se diseñaron tareas principalmente del bloque de Geometría.
- Tipo de elemento predominante urbano (banco, farola,...) o arquitectónico (fachada, patio,...).
- Las rutas contienen más tareas de resolución de problemas que procedurales.
- Tareas reales y semi-reales, apenas hay tareas académicas.
- En general los alumnos diseñaron tareas con respuestas cerradas.
- Sobre el análisis de demanda cognitiva
 - Predominan los niveles “2. Baja - proc. sin conexiones” y “3. Alta – proc. con conexiones”. No hay tareas de nivel “4. Alta - Hacer matemáticas”.
 - *Dentro de una misma ruta hay variedad de niveles (1-3).*

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

6. Conclusiones del proyecto.

- Alta participación y motivación del alumnado al tratarse de crear y resolver problemas en contextos reales y fuera del aula. Una vez superada la resistencia inicial a trabajar al aire libre.
- El uso de la tecnología Googlemaps ha resultado muy útil a la hora de compartir y exponer resultados aunque presentó cierta dificultad para alguno de los grupos.
- En el diseño paseos matemáticos por parte de futuros docentes vemos evidencias de:
 - Conexión de la teoría con su futura práctica profesional.
 - Desarrollo de creatividad matemática.
 - Trabajo de los alumnos con ciclos de modelización matemática: identificación del problema – modelo matemático – resolución en el modelo – interpretación en contexto real – evaluación.

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

Bibliografía.

Barbosa, A. & Vale, I. (2016). Math trails: meaningful mathematics outside the classroom with pre-service teachers. *Journal of the European Teacher Education Network*, 11, 63-72.

Becker, J.P. & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Brown, S. & Walter, M. (2005). *The art of problem posing*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Carraher, D. & Schliemann, A. (2002). Is everyday mathematics truly relevant to mathematics education?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 11, 131–153.

Çengelci, T. (2013). Social studies teachers' views on learning outside the classroom. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(3), 1836–1841. <https://doi.org/10.12738/estp.2013.3.1410>

Charter of Educating Cities, (2004). <http://www.edcities.org/en/charter-of-educating-cities/>

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. D. Reidel.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293–307. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(97\)00006-6](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00006-6)

Leavy, A., & Hourigan, M. (2021). Balancing competing demands: Enhancing the mathematical problem posing skills of prospective teachers through a mathematical letter writing initiative. *Journal of Mathematics Teacher Education*. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09490-8>.

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

- Lizama, C. E., & Donoso, M. M. (2015). Construcción de conocimientos y habilidades geográficas en estudiantes de educación superior. *Uni-Pluri/Versidad*, 15(1), 24–41.
<https://search.proquest.com/docview/1707736423?accountid=50439>
- Ludwig, M., & Jablonski, S. (2019). Haciendo matemáticas al aire libre con MathCityMap. *Jornadas Para El Aprendizaje y La Enseñanza de Las Matemáticas JAEM 19, July*, 1–10.
- Ludwig, M. & Jesberg, J. (2015). Using mobile technology to provide outdoor modelling tasks: the MathCityMap-Project. *Procedia – Social and Behavioral Sciences* 191, 2776-2781.
- Sparrow, L. (2008). Real and Relevant Mathematics: Is It Realistic in the Classroom? *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13(2), 4–8.
- Stein, M.K. & Smith, M.S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268–275.
- Vásquez A., T. (2005). ¿De que ciudad educadora estamos hablando hoy? Entrevista a Jaume Trilla Bernet. *Pedagogía y Saberes*, 22, 111–114.
- Waite, S., & Pratt, N. (2015). Situated Learning (Learning In Situ). In J. D. Wright (Ed.), *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences* (Vol. 22, pp. 5–12). Elsevier.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-444-64046-8.00067-7>
- Yeo, J.B.W., Choy, B.H., NG Kit, E.D. & Ho, W.K. (2018). *Problems in Real-World Contexts: Principles of Design, Implementation and Assesment*. Shinglee Publishers.

Análise de tarefas na Cidade da Matemática / Análisis de tareas en la Ciudad de las Matemáticas

Estimados y estimadas colegas participantes en el Congreso Algarmat 2021, gracias por su interés en este trabajo.

Si desean conocer más sobre esta propuesta, compartir trabajos similares o colaborar para desarrollar esta línea de trabajo no duden en contactar con nosotros:

Enrique Martínez-Jiménez enrique.martinez@uco.es Universidad de Córdoba (Es)

Álvaro Nolla de Celis alvaro.nolla@uam.es Universidad Autónoma de Madrid (Es)